MODUL
MATEMATIKA

Bunga Majemuk,Angsuran, Anuitas

(MAT 12.5.4)

Disusun Oleh :

Drs. Pundjul Prijono
Nip. 19580117.198101.1.003

PEMERINTAH KOTA MALANG
DINAS PENDIDIKAN
SMA NEGERI 6
Jalan Mayjen Sungkono No. 58 Telp. (0341) 752036 Malang

KATA PENGANTAR

Dengan mengucap rasa syukur kehadirat Tuhan Yang Maha Esa karena atas limpahan dan berkah-Nya, Modul Matematika Bunga Majemuk, Angsuran, Anuitas telah selesai kami susun.

Modul ini disusun dalam rangka tindak lanjut Program Peningkatan Mutu Pendidikan di SMA Negeri 6 Malang khususnya menghadapi Kurikulum 2013 dan Pelaksanaan SKS. Diharapkan dengan adanya Modul ini dapat menambah pengalaman kami sebagai penulis dalam mengembangkan karya tulis dan diharapkan akan menambah terciptanya pembelajaran yang lebih menyenangkan sesuai dengan apa yang diharapkan oleh sekolah, siswa, guru, orang tua dan masyarakat.

Terima kasih kami ucapkan kepada semua pihak yang telah membantu penyusunan modul ini. Kritik dan saran sangat kami harapkan untuk perbaikan dan penyempurnaan selanjutnya.

Akhirnya kami berharap modul ini dapat diterima agar dapat melaksanakan keinginan semua pihak.

Penyusun

BAB I. PENDAHULUAN

A. Deskripsi

Dalam modul ini Anda akan mempelajari Bunga Majemuk, Angsuran, Anuitas yang didalamnya menyangkut tentang

B. Prasyarat

Untuk mempelajari modul ini, para siswa diharapkan telah menguasai **turunan / pendeferensialan suatu fungsi.**

C. Petunjuk Penggunaan Modul

Untuk mempelajari modul ini, hal-hal yang perlu Anda lakukan adalah sebagai berikut:

1. Untuk mempelajari modul ini haruslah berurutan, karena materi yang mendahului merupakan prasyarat untuk mempelajari materi berikutnya.
2. Pahamilah contoh-contoh soal yang ada, dan kerjakanlah semua soal latihan yang ada. Jika dalam mengerjakan soal Anda menemui kesulitan, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
3. Kerjakanlah soal evaluasi dengan cermat. Jika Anda menemui kesulitan dalam mengerjakan soal evaluasi, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
4. Jika Anda mempunyai kesulitan yang tidak dapat Anda pecahkan, catatlah, kemudian tanyakan kepada guru pada saat kegiatan tatap muka atau bacalah referensi lain yang berhubungan dengan materi modul ini. Dengan membaca referensi lain, Anda juga akan dapat mempelajari modul ini melalui Blog Pembelajaran **http://vidyagata.wordpress.com/ ,** atau di : E-Learning SMA Negeri 6 Malang.

D. Tujuan Akhir

Setelah mempelajari modul ini diharapkan Anda dapat:

1. Merancang aturan integral tak tentu dari aturan turunan,

2. Menghitung integral tak tentu fungsi aljabar dan trigonometri,
3. Menjelaskan integral tentu sebagai luas daerah di bidang datar,
4. Menghitung integral tentu dengan menggunakan integral tak tentu,
5. Menghitung integral dengan rumus integral substitusi,
6. Menghitung integral dengan rumus integral partial.
7. Menentukan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear dua variabel.

1. BUNGA TUNGGAL DAN BUNGA MAJEMUK

B. BUNGA TUNGGAL

1. Pengertian Bunga

Bunga adalah jasa dari simpanan atau pinjaman yang dibayarkan pada akhir suatu jangka waktu yang ditentukan atas persetujuan bersama.

Contoh:

Seorang pedagang meminjam uang di bank sebesar Rp. 1.000.000,00 dengan perjanjian bahwa uang tersebut harus dikembalikan dalam jangka waktu satu tahun dengan uang pengembalian sebesar Rp. 1.200.000,00.

Uang sebesar Rp 1.000.000,00 disebut modal sedangkan uang yang merupakan kelebihannya, yaitu Rp 200.000,00 disebut bunga atau jasa.

Jika besarnya bunga dibandingkan dengan jumlah modal simpanan atau pinjaman dinyatakan dalam persen, makanya nilainya disebut suku bunga dan biasanya dinyatakan dalam p %.

2. Persen di atas seratus dan di bawah seratus

a. Persen di atas seratus

Persen di atas seratus adalah bentuk pecahan yang selisih antara pembilang dan penyebutnya sama dengan seratus. Secara umum ditulis:

$\frac{p}{100+p}$, dikatakan bunganya P% di atas seratus

Untuk menentukan p % di atas seratus dari modal M dapat dilakukan dengan dua cara yaitu:

1) Dengan perhitungan biasa

$$\boxed{\frac{p}{100+p} \times M}$$

2) Dengan jumlah deret geometri turun tak hingga

$$\frac{p}{100+p}=\frac{\frac{p}{100}}{\frac{100+p}{100}}+\frac{\frac{p}{100}}{1+\frac{p}{100}}=\frac{\frac{p}{100}}{1-\left(-\frac{P}{100}\right)}=\frac{p}{100}-\left(\frac{p}{100}\right)^2+\left(\frac{p}{100}\right)^3-\ldots$$

- Suku pertama a = $\frac{p}{100}$
- Rasio r = $-\frac{p}{100}$

Contoh:

Tentukan 5 % diatas 100 dari modal sebesar Rp. 200.000,- ?

- Cara pertama, dengan rumus $\frac{5}{100+5}\times 200.000 = 9.523{,}81$
- Cara kedua, dengan deret geometri turun

5% *x* 200000	= 10000	(–)
5% *x* 10000	= 500	(+)
5% *x* 500	= 25	(–)
5% x 25	= 1,25	(+)
5% x 1,25	= 0,0625	
	9523,8125	

Sampai hasil perkalian kurang dari 1, kemudian hasilnya dihitung diperoleh Rp. 9523,8125

Jadi 5 % diatas 100 dari modal sebesar Rp. 200.000,00 adalah Rp. 9523,8125

b. Persen di bawah seratus

Persen di bawah seratus adalah bentuk pecahan yang jumlah antara pembilang dan penyebutnya sama dengan seratus. Secara umum ditulis:

$\frac{p}{100-p}$, dikatakan bunganya p % dibawah seratus

Untuk menentukan p % di atas seratus dari modal M dapat dilakukan dengan dua cara yaitu:

1) Dengan perhitungan biasa

$$\boxed{\frac{p}{100-p}\times M}$$

2) Dengan jumlah deret geometri turun tak hingga

$$\frac{p}{100-p}=\frac{\frac{p}{100}}{\frac{100-p}{100}}+\frac{\frac{p}{100}}{1-\frac{p}{100}}=\frac{p}{100}+\left(\frac{p}{100}\right)^2+\left(\frac{p}{100}\right)^3+\left(\frac{p}{100}\right)^4+\ldots$$

- Suku pertama a = $\frac{p}{100}$
- Rasio r = $\frac{p}{100}$

Contoh:

Tentukan 5 % dibawah 100 dari modal sebesar Rp. 200.000,- adalah

Penyelesaian:

- Cara pertama dengan rumus

  $$\frac{5}{100-5}\times 200.000 = 10.526{,}32$$

- Cara kedua dengan deret geometri turun

  5% *x* 200000 = 10000 (+)

  5% *x* 10000 = 500 (+)

  5% *x* 500 = 25 (+)

  5% x 25 = 1,25 (+)

  5% x 1,25 = 0,0625

  10526,3125

  Sampai hasil perkalian kurang dari 1, kemudian hasilnya dihitung diperoleh Rp. 10526,3125

  Jadi 5 % diatas 100 dari modal sebesar Rp. 200.000,00 adalah Rp. 10526,3125

3. Pengertian Bunga Tunggal

Bunga tunggal adalah bunga yang timbul pada setiap akhir jangka waktu tertentu yang tidak mempengaruhi besarnya modal (besarnya modal tetap).

Besarnya bunga berbanding senilai dengan persentase dan lama waktunya dan umumnya berbanding senilai pula dengan besarnya modal.

Jika modal sebesar M dibungakan dengan bunga p % setahun maka:

a. Setelah t tahun, besarnya bunga:

$$I = M \times \frac{p}{100} \times t$$

b. Setelah t bulan, besarnya bunga:

$$I = M \times \frac{p}{100} \times \frac{t}{12}$$

c. Setelah t hari, besarnya bunga:

- Jika satu tahun 360 hari, maka:

$$I = M \times \frac{p}{100} \times \frac{t}{360}$$

- Jika satu tahun 365 hari, maka:

$$I = M \times \frac{p}{100} \times \frac{t}{365}$$

- Jika satu tahun 366 hari (tahun kabisat), maka:

$$I = M \times \frac{p}{100} \times \frac{t}{366}$$

4. Metode Perhitungan Bunga Tunggal

a. Metode pembagi tetap

Pada pembahasan sebelumnya, kita telah menentukan rumus untuk mencari besarnya bunga dari modal sebesar M dengan suku bunga p % setahun dalam jangka waktu t hari yang dirumuskan sebagai berikut:

$$I = M \times \frac{p}{100} \times \frac{t}{360}$$

$$= \frac{M.t}{100} \times \frac{P}{360}$$

$$= \frac{M.t}{100} : \frac{360}{P}$$

Bentuk $\frac{M.t}{100}$ disebut angka bunga dan $\frac{360}{P}$ disebut pembagi tetap, maka rumus bunga tunggal di atas menjadi: $I = \frac{angka\ \ bunga}{pembagi\ tetap}$

Jika beberapa modal (M_1, M_2, M_3, …)dibungakan atas dasar bunga yang sama, maka untuk menghitung jumlah bunga dari modal-modal tersebut adalah:

$$Jumlah\ bunga = \frac{jumlah\ angka\ \ bunga}{pembagi\ tetap}$$

b. Metode persen yang sebanding

Metode persen yang sebanding digunakan jika suku bunga bukan merupakan pembagi habis 360, sebab dengan metode ini satu tahun dihitung 360 hari. Untuk soal seperti tersebut di atas maka langkah penyelesaiannya adalah sebagai berikut:

a). Hitung besarnya bunga berdasarkan persentase terdekat dengan suku bunga merupakan pembagi habis 360.

b). Kemudian hitung besarnya bunga yang dimaksud dengan menggunakan persen yang sebanding.

c. Metode persen yang seukuran

Metode ini digunakan jikaditentukan 1 tahun = 365 hari. Satu-satunya pembagi tetap yang bulat adalah jika bunganya 5% setahun dan pembagi tetapnya

$$= \frac{360}{5} = 73$$

$$I = \frac{5}{100} \times M \times \frac{t}{360}$$

$$= \frac{M.t}{100} \times \frac{5}{365}$$

$$= \frac{M.t}{100} : \frac{1}{73}$$

$$= \frac{M.t}{10.000} : \frac{100}{73}$$

Bilangan $\frac{100}{73} \approx 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300}$

Jadi, besarnya bunga 5% sebanding dengan $\frac{M.t}{10.000}\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300}\right)$

5. Perbedaan Bunga dengan Diskonto

Diskonto adalah bunga yang dibayarkan pada permulaan penerimaan pinjaman.

Jika nilai diskonto = D,

Jumlah uang yang diterima saat meminjam = Nilai Tunai (NT)

Jumlah uang yang harus dikembalikan = Nilai Akhir (NA),

maka D = NA – NT

Untuk menentukan besarnya diskonto, dapat digunakan 2 macam cara sebagai berikut:

a. Diskonto dari Nilai Akhir

$$D = \frac{P}{100} \times NA \times \frac{t}{h}$$

Keterangan:

D = diskonto

P = suku bunga diskonto

NA = nilai akhir

t = waktu pinjaman

k = 1, 12, 360

b. Diskonto dari Nilai Tunai

$$D = \frac{P}{100} \times NA, \qquad NA = NT + D$$

$$D = \frac{P}{100} \times (NT + D)$$

$$\Leftrightarrow D = \frac{P}{100} NT + \frac{P}{100} D$$

$$\Leftrightarrow D - \frac{P}{100} D = \frac{P}{100} NT$$

$$\Leftrightarrow D\left(1 - \frac{P}{100}\right) = \frac{P}{100} NT$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{100 - p}{100}\right) D = \frac{P}{100} NT$$

$$\Leftrightarrow D = \frac{\frac{P}{100}}{\left(\frac{100 - P}{100}\right)} NT$$

$$\Leftrightarrow D = \frac{P}{100}\left(\frac{100}{100 - P}\right) NT$$

$$\Leftrightarrow D = \frac{P}{100 - P} NT$$

$$\boxed{D = \frac{P}{100 - P} \times NT}$$

1. Kegiatan Modul 1.

Kerjakan soal-soal berikut supaya anda lebih memahami uraian materi kegiatan belajar 1. Jangan membaca/melihat petunjuk mengerjakan latihan (kunci jawaban) sebelum anda coba mengerjakannya. Petunjuk untuk mengerjakan latihan hanya sebagai panduan bila anda mengalami kesulitan menjawab soal berikut ini.

1. Adelia meminjam uang sebesar Rp. 800.000,- dan harus mengembalikan setelah satu bulan sebesar Rp. 1.000.000,-. Berapa persen perbulankah bunga tunggal atas hutang Adelia?
2. Jika besar bunga tunggal sebuah pinjaman perbulan adalah 8 %, berapa jumlah uang yang harus dikembalikan Bagus jika ia meminjam Rp. 1.000.000,- dan dikembalikan setelah 10 bulan?

3. Canda harus mengembalikan pinjamannya setelah 6 bulan sebesar Rp. 800.000,- Jika pada pinjaman tersebut berlaku bunga tunggal 3 % perbulan, berapakah hutang Canda sebenarnya.
4. Hitunglah:
   a. 5 % diatas 100 dari modal sebesar Rp. 3.150.000,-
   b. 4 % diatas 100 dari modal sebesar Rp. 6.240.000,-
   c. 5 % dibawah 100 dari modal sebesar Rp. 6.650.000,-
   d. 4 % dibawah 100 dari modal sebesar Rp. 5.280.000,-
5. Daniel akan menerima uang sebesar Rp. 1.728.000,- setelah dikurangi 20 % dibawah seratusnya. Tentukan besar uang yang diterima Daniel.

Jika anda sudah menyelesaikan **kegiatan 1** cocokkan jawaban anda pada kunci jawaban yang berada dibelakang modul ini. Setelah anda cocokkan berilah nilai kegiatan anda didalam mengerjakan kegiatan 1

- Jika nilai perolehan < 75 , artinya anda belum paham tentang pengertian Bunga Tunggal, maka anda harus mengulang kembali membaca dan memahami konsep tentang pengertian Bunga Tunggal.
- Jika nilai perolehan ≥ 75 maka anda boleh meneruskan pada kegiatan modul berikut ini.

C. BUNGA MAJEMUK

1. Pengertian dan Konsep Bunga Majemuk

Jika kita menyimpan modal berupa uang di bank selama periode bunga tertentu, misalnya satu tahun maka setelah satu tahun kita akan mendapatkan bunga sebesar p % kali modal yang kita bungakan. Jika bunga itu tidak kita ambil, tetapi ditambahkan pada modal awal untuk dibungakan lagi pada periode berikutnya, sehingga besarnya bunga pada setiap periode berikutnya berbeda jumlahnya (menjadi bunga berbunga), maka dikatakan modal tersebut dibungakan atas dasar bunga majemuk.

2. Perbedaan Bunga Tunggal dan Bunga Majemuk

Bunga tunggal dihitung berdasarkan modal yang sama setiap periode sedangkan bunga majemuk dihitung berdasarkan modal awal yang sudah ditambahkan dengan bunga.

3. Perhitungan Nilai Akhir Modal

a. Dengan menggunakan rumus

Jika modal sebesar M dibungakan atas dasar bunga majemuk sebesar p % setahun selama n tahun, maka besarnya modal setelah n tahun adalah:

- Setelah satu tahun

$$M_1 = M + \frac{P}{100}M$$

$$= M\left(1+\frac{P}{100}\right)$$

- Setelah dua tahun

$$M_2 = M\left(1+\frac{P}{100}\right) + \frac{P}{100}M\left(1+\frac{P}{100}\right)$$

$$= M\left(1+\frac{P}{100}\right)\left(1+\frac{P}{100}\right)$$

$$= M\left(1+\frac{P}{100}\right)^2$$

- Setelah n tahun

$$\boxed{M_n = M\left(1+\frac{P}{100}\right)^n}$$

Contoh :

Modal sebesar Rp 1.000.000,00 diperbungakan dengan dasar bunga majemuk 3% setahun. Hitunglah nilai akhir modal setelah 3 tahun.

Jawab : Misalkan M = 1.000.000,00, n = 3 tahun, p = 3%.

M^3 = M $(1+i)^3$

= 1.000.000 $(1+0,03)^3$

= 1.000.000 $(1,03)^3$

= 1.000.000 x 1,092727

= 1.092.727

Jadi nilai akhir setelah 3 tahun = Rp 1.092.727,00

b. Dengan masa bunga pecahan

Untuk menghitung nilai akhir modal dengan masa bunga pecahan, digunakan langkah sebagai berikut:

1. Hitunglah dulu nilai akhir dari modal berdasarkan masa bunga majemuk yang terdekat
2. Sisa masa bunga yang belum dihitung, digunakan untuk menghitung bunga berdasarkan bunga tunggal dari nilai akhir pada 1

$$M_{n+\frac{a}{b}} = M(1+i)^n\left(1+\frac{a}{b}i\right)$$

4. Perhitungan nilai tunai modal

a. Rumus nilai tunai

Rumus nilai akhir bunga majemuk adalah $M_n = M\left(1+\frac{P}{100}\right)^n$,

rumus tersebut dapat diubah menjadi: $M = \dfrac{M_n}{\left(1+\frac{P}{100}\right)^n}$

M = modal mula-mula atau nilai tunai (NT)

Mn = modal setelah n jangka waktu, selanjutnya ditulis M

sehingga, $NT = \dfrac{M}{\left(1+\frac{P}{100}\right)^n}$

Jadi, $NT = M\left(1+\frac{P}{100}\right)^{-n}$

b. Nilai tunai modal dengan masa bunga pecahan

Dari rumus nilai akhir modal dengan masa bunga pecahan, dapat dibentuk rumus nilai tunai modal dengan masa bunga pecahan sebagai berikut:

$$M_{n+\frac{a}{b}} = M(1+i)^n\left(1+\frac{a}{b}i\right)$$

Diubah menjadi: $M = \dfrac{M_{n+\frac{a}{b}}}{(1+i)^n\left(1+\frac{a}{b}i\right)}$

Jika M = nilai tunai yang ditulis NT dan $M_{n+\frac{a}{b}}$ = modal setelah $n+\dfrac{a}{b}$ periode yang ditulis M, maka rumus di atas berubah menjadi:

$$NT = \frac{M}{(1+i)^n\left(1+\dfrac{a}{b}i\right)}$$

2. Kegiatan Modul 2.

Kerjakan soal-soal berikut supaya anda lebih memahami uraian materi kegiatan belajar 1. Jangan membaca/melihat petunjuk mengerjakan latihan (kunci jawaban) sebelum anda coba mengerjakannya. Petunjuk untuk mengerjakan latihan hanya sebagai panduan bila anda mengalami kesulitan menjawab soal berikut ini.

1. Carilah nilai akhir modal besarnya Rp 200.000,- yang diperbungakan dengan bunga majemuk 10 % tiap semester selama 1 tahun 3 bulan.
2. Hitunglah nilai tunai dari Rp 16.900,- yang harus dibayar 2 tahun kemudian dengan bunga majemuk 30 % setahun.
3. Uang sebesar Rp 100.000 diperbungakan dengan bunga majemuk 3 ½ % setiap triwulan. Setelah berapa lamakah uang itu diperbungakan, agar supaya uang itu jumlahnya menjadi Rp 198.978,88.
4. Modal sebesar Rp 50.000,- disimpan dengan bunga majemuk 10 % tiap catur wulan. Hitunglah nilai akhir modal itu setelah satu tahun.
5. Hitung nilai akhir modal yang besarnya Rp 20.000,- diperbungakan selama 1 tahun 3 bulan atas dasar bunga majemuk 20 % tiap setengah tahun.
6. Hitunglah nilai tunai dari Rp 185.900,- yang harus dibayarkan 2 tahun 4 bulan kemudian, dengan bunga majemuk 30 % setahun.
7. Hitung nilai tunai uang Rp 200.000,- yang harus dibayar 8 tahun 2 bulan kemudian, apabila dasar bunga majemuk 4 % setiap semester.
8. Carilah nilai tunai dari Rp 250.000,- yang harus dibayar 5 tahun 2 bulan kemudian dengan bunga majemuk 2 1/2 % tiap triwulan.

Jika anda sudah menyelesaikan **kegiatan 2** cocokkan jawaban anda pada kunci jawaban yang berada dibelakang modul ini. Setelah anda cocokkan berilah nilai kegiatan anda didalam mengerjakan kegiatan 2

- Jika nilai perolehan < 75 , artinya anda belum paham tentang pengertian Bunga Majemuk, maka anda harus mengulang kembali membaca dan memahami konsep tentang pengertian Bunga Bunga Majemuk.
- Jika nilai perolehan ≥ 75 maka anda boleh meneruskan pada kegiatan modul berikut ini.

RENTE

A. PENGERTIAN DAN MACAM-MACAM RENTE

Pengertian Rente
Ilustrasi :

Andaikan anda menyimpan sejumlah uangnya setiap awal bulan di bank dengan jumlah uang yang sama, dan bank memberikan bunga terhadap simpanan anda. Setelah sekian bulan anda akan menghitung jumlah tabungan yang telah tersimpan. Andaikan bank tidak membebani biaya administrasi, dapatkah anda menghitung jumlah keseluruhan semua uang anda?????

Nah maka dari itu, untuk menghitung jumlah tabungan dari ilustrasi di atas, dibutuhkan ilmu tentang **Rente.**

Pengertian rente adalah sederetan modal atau angsuran yang dibayarkan atau diterima pada setiap jangka waktu tertentu yang tetap besarnya.

Masing-masing modal ini disebut **angsuran**.

1. Berdasarkan saat pembayaran angsuran, rente dibagi menjadi:
   a) Rente pra-numerando
   b) Rente post-numerando
2. Bedasarkan banyaknya angsuran, rente dibagi menjadi:
   a) Rente terbatas
   b) Rente kekal
3. Berdasarkan langsung tidaknya pembayran/angsuran pertama, rente dibagi menjadi:
   a) Rente langsung

b) Rente yang ditangguhkan

B. NILAI AKHIR RENTE

Nilai akhir rente adalah jumlah seluruh angsuran dan bunga – bunga yang dihitung pada akhir masa tabungan terakhir. Nilai akhir rente dinyatakan dengan NA. ada dua macam nilai akhir rente, yaitu :

a. Nilai akhir rente pra-numerando

Adalah nilai akhir suatu rente yang angsuran terakhirnya sudah mengalami pembungaan selama satu kali pembungaan karena pembayaran angsuran dilakukan pada setiap awal dari jangka waktu pembayaran.

b. Nilai akhir rente post-numerando

Adalah nilai akhir suatu sente yang angsuran terakhirnya belum mengalami pembungaan.

C. NILAI TUNAI RENTE

Nilai tunai rente adalah jumlah seluruh nilai tunai angsuran yang dihitung pada awal masa bunga pertama, yang dinyatakan dengan NT. Ada dua jenis nilai tunai rente, yaitu:

a. Nilai tunai rente pra-numerando

Rente pra numerando adalah rente yang di bayarkan pada awal periode, sehingga angsuran terakhir sudah mengalami pembungaan satu periode.

Rumus :

$$Na = M(1+i)(1+i)^{n-1}/i$$

Keterangan :

- Na = Nilai akhir
- M = Modal
- i = Suku Bunga
- n = Jangka Waktu

Contoh :

Setiap awalh tahu Nisa menyimpan uang di Bank BCA sebesar Rp.1.000.000,00. Jika bank memberikan bunga 6%/ tahun, tentukan uang Nisa setelah menabung 20 tahun!

Jawab:

M = Rp.1.000.000,00
i = 6%/ tahun = 0,06/tahun

n = 20 tahun

$Na = M(1+i)(1+i)^{n-1}/i$

$= 1.000.000(1+0,06)(1+0,06)^{20-1}/0,06$

$= 1.060.000 \times (1,06^{20-1})/0,06$

$= 1.060.000 \times 3.02559950198/0,06$

$= Rp.\ 53.452.257,87$

adapun rumus lain yang bisa dengan menggunakan tabel rente
Rumus :
Na = M x Daftar Nilai Akhir Rente

Mari kita kerjakan soal di atas dengan rumus Na tabel :
Yang harus pertama kamu lakukan yaitu km harus meluhar dulu tabel matematika mengenai tabel rente. Maka :

Na= M x Tabel VI kolom 6% dan baris 20

= 1.000.000 x 53,452.25787

= Rp. 53.452.257,87

b. Nilai tunai rente post-numerando

Nilai akhir rente post numerando adalah rente yang dibayarkan di akhir periode, sehingga angsuran terakhirnya tidak mengalami pembungaan.

Rumus :

$\mathbf{Na = M(1+i)^{n-1}/i}$

Keterangan :

- Na = Nilai Akhir
- M = Modal
- i = Suku Bunga
- n = Jangka Waktu

Contoh soal :

Setiap akhir tahun ayah menyimpan uangnya di bank ABC sebesar Rp. 800.000,00 selama 25 tahun. Jika bank memberikan bunga 5%/tahun, tentukan jumlah simpanan total ayah!

M= Rp 800.000,00

i = 5%/tahun = 0,05/tahun

n = 25 tahun

$Na = M(1+i)^{n-1}/i$

= 800.000(1+0,05)$^{25-1}$)/0,05

= 800.000 x (1,05$^{25-1}$)/0,05

= 800.000 x 3,225099944/0,05

= Rp. 51.601.599,10

cara tersebut juga bisa dilakukan dengan cara tabel rente

Rumus :

Na = M + M x Daftar Nilai Akhir Rente

contoh soal sama dengan yang tadi

jawab:

M= Rp 800.000,00

i = 5%/tahun = 0,05/tahun

n = 25 tahun

Na = M + M x Daftar Nilai Akhir Rente

= Rp.800.000 + Rp.800.000 x 64,50199888

= Rp.800.000 + 50.801.599,10

= Rp 51.601.599,10

D. RENTE KEKAL

1. Nilai rente kekal pra-numerando

Adalah jumlah masing – masing nilai tunai suatu pembayaran setiap awal masa bunga, dengan waktu yang tidak terbatas dan suku bunga yang tetap.

Pada nilai tunai rente pra-numerando jika rentenya tanpa batas, maka :

$$NT = M + \frac{M}{(1+i)} + \frac{M}{(1+i)^2} + ... + \frac{M}{(1+i)^{n-1}} + ...$$

Berdasarkanderet geometri :

- $a = M$
- $r = (1+i)^{-1}$

- S = NT = jumlah deret geometri turun tak hingga

Maka:

$$S = \frac{a}{1-r}$$

$$\Leftrightarrow NT = \frac{M}{1-(1+i)^{-1}}$$

Jadi, nilai tunai rente kekal pra-numerando dapat ditulis dalam bentuk :

$$NT = \frac{M(1+i)}{i}$$

Contoh soal:

Hitunglah nilai kekal pra-numerando bila diketahui besarnya angsuran Rp 400.000,00 dengan suku bunga majemuk 4 %.

Penyelesaian:

M = Rp 400.000,00 dan i = 0,04

$$NT = \frac{400.000(1{,}04)}{0{,}04}$$

$$= 10.400.000{,}00$$

Jadi, besarnya nilai tunai rente kekal pra-numerando tersebut adalah Rp 10.400.000,00

2. Nilai rente kekal post-numerando

Adalah jumlah masing – masing nilai tunai suatu pembayaran setiap akhir masa bunga, dengan waktu yang tidak terbatas dan suku bunga yang tetap.

Pada nilai tunai rente post=numerando, jika rentenya tak hingga maka :

$$NT = \frac{M}{(1+i)} + \frac{M}{(1+i)^2} + \frac{M}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{M}{(1+i)^n} + \ldots$$

Nilai tunai di atas merupakan deret geometri turun tak hingga dengan :

- $a = M(1+i)^{-1}$
- $r = (1+i)^{-1}$

Sehingga:

$$S = NT = \frac{a}{1-r}$$

$$\Leftrightarrow NT = \frac{M(1+i)^{-1}}{1-(1+i)^{-1}}$$

Jadi, nilai tunai rente kekal post-numerando dapat ditulis dalam bentuk :

$$NT = \frac{M}{i}$$

Contoh:

Hitunglah nilai tunai rente kekal post- numerando jika besarnya angsuran Rp 50.000,00 dengan suku bunga majemuk 5 % per bulan.

Penyelesaian:

M = 50.000 dan i = 0,05

$$NT = \frac{M}{i}$$

$$= \frac{50.000}{0,05}$$

$$= 1.000.000$$

Jadi besarnya nilai tunai rente kekal post- numerando tersebut adalah Rp 1.000.000,00

E. RENTE YANG DITANGGUHKAN

Semua rente yang telah dibahas di atas adalah **rente langsung** yaitu pembayaran atau permintaan yang pertama dilakukan pada awal atau akhir masa bunga yang pertama. Pada **rente yang ditangguhkan atau rente tertunda**, pembayaran atau penerimaan yang pertama mengalami penangguhan atau penundaan selama k masa bunga.

Jika uang yang dipinjam adalah M rupiah, dibayar pada tiap awal bulan, dimulai pada bulan ke-k dan berakhir pada bulan ke-n, suku bunga majemuk I = P% per bulan, maka diperoleh :

$$NT = M(1+i)^{-k} + M(1+i)^{-(k+1)} + ... + M(1+i)^{-(n+1)} + M(1+i)^{-n}$$

Berdasarkan deret geometri :

- $a = M(1+i)^{-k}$
- $r = (1+i)^{-1}$
- Banyaknya suku adalah $n-(k-1)$

Sehingga:

$$NT = \frac{M(1+I)^{-K}\left[1-(1+I)^{(K-1)-n}\right]}{1-(1+I)^{-1}} = \frac{M(1+I)^{-k}\left[1-\frac{(1+i)^{(k-1)}}{(1+i)^{n}}\right]}{\frac{i}{(1+i)}}$$

$$= \frac{M(1+i)^{-(k-1)}}{i}\left[1-\frac{(1+i)^{k-1}}{(1+i)^{n}}\right]$$

$$= \frac{M}{i}\cdot\frac{1}{(1+i)^{k-1}}\left[1-\frac{(1+i)^{k-1}}{(1+i)^{n}}\right]$$

$$NT = \frac{M}{i}\left[\frac{1}{(1+i)^{k-1}}-\frac{1}{(1+i)^{n}}\right]$$

Dengan notasi sigma dinyatakan dalam bentuk:

$$NT = M\sum_{m=1}^{n}(1+i)^{-m} - M\sum_{m=1}^{k-1}(1+i)^{-m}$$

Contoh:

Pada tanggal 1 Januari 2007, Chandra meminjam uang di bank. Pinjaman tersebut pelunasannya dicicil tiap awal bulan sebesar Rp 100.000,00 dimulai pada akhir april 2007 dan berakhir pada akhir maret 2008,dengan suku bunga majemuk 5% setiap bulan. Tentukan besar pinjaman Chandra mula-mula.

Penyelesaian:

a. Dengan deret geometri

$$NT = \frac{M}{i}\left[\frac{1}{(1+i)^{k-1}}-\frac{1}{(1+i)^{n}}\right]$$

$$= \frac{100.000}{0,05}\left[\frac{1}{(1,05)^{3}}-\frac{1}{(1,05)^{12}}\right]$$

$$= 200.000\left[\frac{1}{1157625}-\frac{1}{1,795856}\right]$$

$$= 200.000(,863838-0,556837)$$

$$= 200.000-0.307001$$

$$= 614.001,00$$

Jadi, besarnya pinjaman Chandra mula – mula adalah Rp 614.001,00

b. Dengan notasi sigma

$$NT = M\sum_{m=1}^{n}(1+i)^{-m} - M\sum_{m=1}^{k-1}(1+i)^{-m}$$

$$= 100.000\sum_{m=1}^{12}(1{,}05)^{-m} - 100.000\sum_{m=1}^{3}(1{,}05)^{-m}$$

$$= 100.000(8{,}86325164) - 100.000(2{,}72324803)$$

$$= 886.325 - 272.324$$

$$= 614.001{,}00$$

Jadi, besarnya pinjaman Chandra mula-mula adalah Rp 614.001,00

Kegiatan 3

Jika anda sudah menyelesaikan **kegiatan 3** cocokkan jawaban anda pada kunci jawaban yang berada dibelakang modul ini. Setelah anda cocokkan berilah nilai kegiatan anda didalam mengerjakan kegiatan 3

1. Tentukanlah nilai akhir dari rente pra numerando dengan angsuran Rp125.000,00 tiap semester selama 10 tahun dengan suku bunga 4,75%/semester!
2. Tentukanlah nilai akhir dari rente post numerando dengan angsuran Rp4.000.000,00 tiap tahun selama 15 tahun dengan suku bunga 11%/tahun!
3. Tentukanlah nilai akhir dari rente post numerando dengan angsuran Rp600.000,00 tiap semester selama 8 tahun dengan suku bunga 4,6%/semester!
4. Tentukan nilai tunai post numerando dari modal Rp150.000,00 tiap bulan selama 2,5 tahun dengan suku bunga 2,5%/bulan!
5. Nilai tunai dari rente kekal pra numerando adalah Rp20.350.000,00. Jika suku bunganya 1,75%/bulan, tentukanlah angsuran tiap bulannya!
6. Tutik mendapatkan tunjangan dari orang tua asuh dengan besarnya tetap tiap awal bulan sampai meninggal dunia. Namun, tunjangan akan diberikan sekaligus sebesar Rp20.450.000,00 dengan suku bunga 2,25%. Berapakah besar tunjangan setiap bulannya?
7. Tiap akhir bulan Yayasan Cinta Damai mendapatkan sumbangan dari Badan Perdamaian Dunia sebesar Rp5.500.000,00 selama 4,5 tahun. Jika sumbangan akan diberikan sekaligus dan dikenai bunga sebesar 2%/bulan, tentukan sumbangan total yg diterima yayasan!
8. Tentukanlah nilai akhir dari rente pra numerando dengan angsuran Rp300.000,00 tiap bulan selama 4 tahun dengan suku bunga 2%/bulan!
9. Tentukan nilai tunai post numerando dari modal Rp150.000.00 selama 1,5 tahun dengan suku bunga 3,5%/bulan!
10. Tentukanlah nilai tunai rente kekal pra numerando dari suatu modal Rp125.000,00 tiap bulan dengan suku bunga 1,25%/bulan!

- Jika nilai perolehan < 75 , artinya anda belum paham tentang pengertian Rente, maka anda harus mengulang kembali membaca dan memahami konsep tentang pengertian Rente.
- Jika nilai perolehan ≥ 75 maka anda boleh meneruskan pada kegiatan modul berikut ini.

ANUITAS

A. PENGERTIAN ANUITAS

Anuitas adalah sejumlah pembayaran yang sama besarnya, yang dibayarkan setiap akhir jangka waktu, dan terdiri atas *bagian bunga* dan *bagian angsuran*.

Anuitas = Bunga + Angsuran

Jika besarnya bunga adalah A, angsuran periode ke-n dinyatakan dengan a_n, dan bunga periode ke-n adalah b_n, maka diperoleh hubungan :

$A = a_n + b_n$, dengan n = 1, 2, 3, ...

Jika suatu pinjaman sebesar Mdilunasi dengan anuitas selama n tahun,atas dasar bunga i = P% setahun, maka:

- Pada akhir tahun ke-n :

  $A_k = a_k + b_k$

- Pada akhir tahun ke-(k+1) :

  $A_{k+1} = a_{k+1} + b_{k+1}$

Karena $A_k = A_{k+1}$, maka:

$a_{k+1} + b_{k+1} = a_k + b_k$

$\Leftrightarrow a_{k+1} = a_k + b_k - b_{k+1}$

$\Leftrightarrow a_{k+1} = a_k + i.a_k$

$\Leftrightarrow a_{k+1} = a_k(1+i)$

Sehingga:

$a_2 = a_1(1+i)$

$a_3 = a_2(1+i) = a_1(1+i)(1+i) = a_1(1+i)^2$

Secara umum dapat ditulis sebagai:

$a_n = a_1(1+i)^{n-1}$

Keterangan:

a_n = angsuran ke-n

a_1= angsuran pertama

i = suku bunga

B. PERHITUNGAN ANUITAS

1. Menghitung anuitas dengan deret

Suatu pinjaman sebesar M akan dilunasi dengan n anuitas sebesar A dan besarnya suku bunga adalah i, maka $A = b_1 + a_1$, karena $b_1 = Mi$, maka $A = Mi + a_1$. Jika jumlah angsuran sama dengan pokok pinjaman, maka :

$$a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n = M$$

$$\Leftrightarrow a_1 + a_1(1+i) + a_1(1+i)^2 + ... + a_1(1+i)^{n-1} = M$$

Ruas kiri adalah deret geometri dengan suku pertama a_1, ratio $= (1+i)$, dan banyaknya suku n, maka :

$$a_1 \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = M$$

$$a_1 = \frac{Mi}{(1+i)^n - 1} \text{ ....(1)}$$

$a_1 = Mi + a_1$, maka :

$$\Leftrightarrow A = Mi + \frac{Mi}{(1+i)^n - 1}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{Mi\left[(1+i)^n - 1\right] + Mi}{(1+i)^n - 1}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{Mi(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \text{ ....(2)}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{Mi(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \times \frac{\frac{1}{(1+i)^n}}{\frac{1}{(1+i)^n}}$$

$\Leftrightarrow A = \dfrac{Mi}{1 - \dfrac{1}{(1+i)^n}}$ atau dapat juga ditulis dalam bentuk :

$$A = \frac{Mi}{1 - A_{ni}}$$

Dari (1) dan (2) didapat :

$A = \dfrac{a_1\left[(1-i)^n - 1\right](1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ atau $A = a_1(1+i)^n$

Contoh soal:

Suatu pinjaman sebesar Rp 100.000,00 akan dilunasi dengan 6 anuitas atas dasar bunga 8 % sebulan. Tentukan :

a. Besar anuitasnya
b. Angsuran ke-4
c. Bunga pada anuitas ke-4

Penyelesaian:

M = 100.000; n = 6; I = 0,08

a. $A = \dfrac{Mi}{1 - \dfrac{1}{(1+i)^n}}$

$$= \frac{100.000}{1 - \frac{1}{(1{,}08)^6}}$$

$$= \frac{8.000}{1 - 0{,}63016963} \rightarrow daftarII$$

$$= \frac{8.000}{0{,}36983037}$$

$$= 21.631{,}54$$

Jadi, besar anuitasnya adalah RP 21.631,54

b. $a_1 = A - Mi$

$= 21.631{,}54 - 100.000(0{,}08)$
$= 21.631{,}54 - 8.000$
$= 13.631{,}54$

$a_4 = a_1(1+i)^3$
$= 13.631{,}54(1{,}08)^3$
$= 17.171{,}81$

Jadi, besarnya angsuran ke-4 adalah Rp 17.171,81

c. $b_4 = A - a_4$

$= 21.631{,}54 - 17.171{,}81$
$= 4.459{,}73$

Jadi, bunga pada anuitas ke-4 adalah Rp 4.459,73

2. Menghitung anuitas dengan notasi sigma

Pinjaman sebesar M dilunasi dengan n anuitas sebesar A, maka besarnya M sama dengan jumlah nilai tunai dari semua pembayaran anuitas. Jadi:

$$\frac{A}{(1+i)} + \frac{A}{(1+i)^2} + \frac{A}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{A}{(1+i)^n} = M$$

$$\Leftrightarrow A \times \left[\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{1}{(1+i)^n}\right] = M$$

$$\Leftrightarrow A \times \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{(1+i)^{-n}}$$

$$\Leftrightarrow A = M \times \frac{1}{\sum_{n=1}^{n} (1+i)^{-n}}$$

Contoh soal:

Hutang sebesar Rp 20.000.000,00 akan dilunasi dengan 12 anuitas atas dasar bunga $4\frac{1}{2}$% setahun. Hitunglah besar anitasnya.

Penyelesaian:

M = 20.000.000; n = 12; I = 0,045

$$A = M \times \frac{1}{\sum_{n=1}^{n} (1+i)^{-n}}$$

$$= 20.000.000 \times \frac{1}{\sum_{n=1}^{12}(1{,}045)^{-n}} \rightarrow daftar V$$
$$= 20.000.000(0{,}10966619)$$
$$= 2.193.323{,}80$$

Jadi, besar anuitasnya adalah Rp 2.193.323,80

Kegiatan 4

Jika anda sudah menyelesaikan **kegiatan 4** cocokkan jawaban anda pada kunci jawaban yang berada dibelakang modul ini. Setelah anda cocokkan berilah nilai kegiatan anda didalam mengerjakan kegiatan 4

1. Hitunglah nilai sekarang dari uang Rp 1.000.000yang diterima setiap tahun selama lima tahun mulai satutahun lagi jika tingkat bunga yang relevan adalah 15%p.a.
2. Rina meminjam uang sebesar Rp 10.000.000 denganbunga 12% p.a. Jika pinjaman tersebut harus ia lunasidalam 24x cicilan bulanan, berapakah besarnya cicilanyang harus ia bayar setiap bulannya?
3. KPR sebesar Rp 210.000.000 dikenakan bunga 18%p.a. Jika besarnya angsuran per bulan adalah Rp3.783.889,18, dalam berapa lama KPR tersebut akanlunas?
4. Sebuah perhiasan bernilai Rp 30.000.000tunai dapat dibeli dengan 12 kali angsuranbulanan masing-masing sebesar Rp2.758.973,49. Berapakah tingkat bungayang dikenakan?

- Jika nilai perolehan < 75 , artinya anda belum paham tentang pengertian Anuitas, maka anda harus mengulang kembali membaca dan memahami konsep tentang pengertian Anuitas.
- Jika nilai perolehan ≥ 75 maka anda boleh meneruskan pada kegiatan modul berikut ini.

C. MENGHITUNG SISA PINJAMAN

Jika $S_1, S_2.S_3,..., S_m$ berturut-turut merupakan sisa pinjaman setelah pembayaran anuitas pertama, kedua, ketiga, … , ke-m, maka ada beberapa cara untuk menghitung sisa pinjaman setelah pembayaran anuitas ke-m, yaitu memisahkan pinjaman sebesar M dilunasi dengan n anuitas, bunga i = P %

1. Cara pertama

Sisa pinjaman setelah pembayaran anuitas ke-m sama dengan pokok pinjaman dikurangi jumlaj m angsuran yang sudah dibayar.

$$S_m = M - (a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_m)$$

$$= M - \left[a + a_1(1+i) + a_1(1+i)^2 + ... + a_1(1+i)^{m-1}\right]$$

$$= M - a_1\left[1 + (1+i) + (1+i)^2 + ... + (1+i)^{m-1}\right]$$

$$S_m = M - a_1\left[1 + \sum_{k=1}^{m-1}(1+i)^k\right]$$

2. Cara kedua

Sisa pinjaman setelah pembayaran anuitas ke-m sama dengan jumlah semua angsuran yang masih harus dibayar.

$$S_m = a_{m+1} + a_{m+2} + a_{m+3} + ... + a_n$$

$$= a_1(1+i)^m + a_1(1+i)^{m+1} + a_1(1+i)^{m+2} + ... + a_1(1+i)^{n-1}$$

$$S_m = a_1\left[\sum_{k=1}^{n-1}(1+i)^k - \sum_{k=1}^{m=1}(1+i)^k\right]$$

3. Cara ketiga

Sisa pinjaman setelah pembayaran anuitas ke-m sama dengan nilai dari semua anuitas yang belum dibayarkan, dihitung pada akhir tahun ke-m.

$$S_m = \frac{A}{(1+i)} + \frac{A}{(1+i)^2} + \frac{A}{(1+i)^3} + ... + \frac{A}{(1+i)^{n-m}}$$

$$= A \times \left[\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + ... + \frac{1}{(1+i)n-m}\right]$$

$$S_m = A \times \sum_{k=1}^{n-m}(1+i)^{-k}$$

4. Cara keempat

Sisa pinjaman dapat dihitung sebagai berikut :

$$b_1 = i \times M$$
$$b_2 = i \times S_1$$
$$b_3 = i \times S_2$$
...
...
...
$$b_{n+1} = i \times S_m$$

$$S_m = \frac{b_{m+1}}{i}$$

D. ANUITAS YANG DIBULATKAN

Anuitas adalah sejumlah pembayaran yang sama besarnya, yang dibayarkan setiap akhir jangka waktu, dan terdiri atas bagian bunga dan bagian angsuran. Jika besarnya anuitas adalah A, angsuran periode ke-n dinyatakan dengan a_n, dan bunga periode ke-n adalah b_n, maka diperoleh hubungan:

$$A = a_n + b_n \quad , \quad n = 1,2,3,..$$

1. Anuitas yang dibulatkan ke atas

Setiap bilangan yang akan dibulatkan ke atas dalam puluhan, ratusan, ribua, puluhan ribu, dan lain-lain selalu ditambah satu dari nilai sebelumnya.

Lambang untuk pembulata anuitas ke atas adalah : AN+

Contoh :
Hasil perhitungan nilai anuitas diperoleh AN = Rp.2.351.405,78
Bulatkan anuitas diatas dalam puluhan ke atas :

Jawab:
AN = Rp.2.351.410,00

Rumus nilai lebih :
NL = (A1+A1 x daftar nilai akhir rente kolom i% baris (n-1)-M)
Adapun rumus lain dengan catatan
NL = L+L x Daftar nilai akhir rente kolom i% baris (n-1)
Maka rumus besarnya anuitas terakhir adalah :
At = AN-NL

Keterangan :
NL = Nilai Lebih
A1 = Angsuran 1
AN+ = Anuitas di bulatkan ke atas
AN = Anuitas
L = (AN+) - AN

At = Anuitas terakhir

Contoh :
Suatu pinjaman Rp.20.000.000,00 akan dilunasi dengan anuitas tahunan dengan suku bunga 6%/tahun selama 20 tahun. Jika pembayaran anuitas di bulatkann ke atas dalam puluha ribu, tentukan pembayaran anuitas terakhir !!!!!

Jawab :
Kita gunakan rumus **NL = L+L x Daftar nilai akhir rente kolom i% baris (n-1)**
Dik :
M = 20.000.000
i = 6%/tahun|
n = 20 tahun

AN = M x tabel anuitas kolom 6 % baris ke 20
= 20.000.000 x 0,087184557
= 1.743.691,14
Dibulatkan puluhan ribu ke atas
AN+ = 1.750.000

L = (AN+) - AN
= 1.750.000 - 1.743.691,14
= 6.308,86

NL = L+ L x daftar nilai akhir rente kolom i% baris (n-1)
= 6.308,86 + 6.308,86 x daftar nilai akhir rente kolom 6% baris (19)
= 6.308,86 + 6.308,86 x 35,785591204
= 232.075,14

At = AN - NL
= 1.743.691,14 - 232.075,14
= 1.511.616,00

2. Anuitas yang dibulatkan ke bawah

Setiap bilangan yang akan dibulatkan ke bawah dalam puluhan, ratusan, ribuan, dan lain-lain tetap dari nilai sebelumnya. Lambang untuk pembulatan anuitas ke bawah adalah : (AN-)

Contoh :
Hasil perhitungan nilai anuitas di peroleh AN = 4.357.895,78
Bukatkan anuitas di atas ke dalam puluhan ke bawah !
Jawab :
A- = 4.357.890,00

Rumus nilah kurang anuitas :
NK = M-(A1+A1 x daftar nilai rente kolom i% baris (n-1))

Rumus nilai kurang anuitas jika K = AN - (AN-) :
NK = K+K daftar nilai akhir rente kolom i% baris (n-1)

Keterangan
NK = Nilai Kurang
A1 = Angsuran 1
AN- = Anuitas di bulatkan ke bawah
AN = Anuitas
K = AN - (AN-)

Kegiatan 5

Jika anda sudah menyelesaikan **kegiatan 5** cocokkan jawaban anda pada kunci jawaban yang berada dibelakang modul ini. Setelah anda cocokkan berilah nilai kegiatan anda didalam mengerjakan kegiatan 5

1. Suatu pinjaman Rp20.000.000.00 akan dilunasi dengan anuitas tahunan dengan suku bunga 6%/tahun selama 20 tahun. Jika pembayaran anuitas dibulatkan ke atas dalam puluhan ribu, tentukan:
   a. Besarnya nilai anuitas sebelum dan sesudah dibulatkan
   b. Total kelebihan pembayaran anuitas
   c. Pembayaran anuitas terakhir!

2. Suatu pinjaman Rp12.000.000,00 akan dilunasi dengan anuitas tahunan dengan suku bunga 5%/tahun selama 15 tahun. Jika pembayaran anuitas dibulatkan ke bawah dalam ratusan ribu, tentukan:
   a. Besarnya nilai anuitas sebelum dan sesudah dibulatkan
   b. Total kekurangan pembayaran anuitas
   c. Pembayaran anuitas terakhir!

- Jika nilai perolehan < 75 , artinya anda belum paham tentang pengertian Anuitas,pembulatan maka anda harus mengulang kembali membaca dan memahami konsep tentang pengertian Anuitas pembulatan.
- Jika nilai perolehan ≥ 75 maka anda boleh meneruskan pada kegiatan modul berikut ini.

P E N Y U S U T A N

Seseorang pengusaha membeli sebuah mesin yang masih baru seharga Rp. 100.000,-, setelah digunakan selama 5 tahun nilai mesin itu diperkirakan tinggal Rp. 60.000,-

Dari cerita diatas bisa disimpulkan antara lain bahwa suatu aktiva (kecuali tanah dan beberapa barang yang memiliki karakteristik khusus misalnya barang antik) selama masa pakainya akan mengalami penurunan daya guna sejalan dengan berlangsungnya waktu pemakaian dan berdampak pada penurunan nilai alat produksi (aktiva yang lain) tersebut. Dengan kata lain nilai barang mengalami penyusutan.

Faktor-faktor yang perlu diperhitungkan dalam perhitungan besar/kecilnya penyusutan adalah:

- Biaya perolehan (A)

  Yaitu biaya yang dikeluarkan untuk memperoleh alat sampai dengan alat tersebut dapat dioperasikan.

  Pada contoh diata snilai perolehan (A) = 100.000
- Perkiraan Nilai Sisa (Residu/ S)

  Yaitu nilai yang munkin diperoleh (ditaksir) melalui penjualan barang yang sudah lampau masa pakainya.

  Pada contoh diatas, nilai sisa S = Rp. 60.000,-
- Perkiraan Umur Manfaat barang (n)

  Dari contoh diatas, umur manfa'at adalah 5 tahun.

Beberapa metode yang digunakan untuk menghitung nilai penyusutan sebuah aktiva

1). Metoda Garis Lurus (Persentase tetap dari Harga Beli)

2). Metoda persentase tetap dari nilai buku.

3). Metoda Satuan Jam Kerja

4). Metoda Satuan Hasil Produksi

5). Metoda Jumlah Bilangan Tahun

1. Metode Garis Lurus

Pada Metoda ini penyusutan terhadap sebuah aktiva dianggap sama pada setiap periodenya.

$$D = \frac{A - S}{N}$$

$$i = \frac{D}{A} \times 100\%$$

D = besar penyusutan setiap periode

A = biaya perolehan aktiva

S = nilai sisa

i = tingkat penyusutan,

maka:

Contoh:

A = 100.000 , S = 60.000 , n = 5

$$D = \frac{A - S}{N} = \frac{100.000 - 60.000}{5} = 8.000$$

i = D / A x 100% = 8.000/100.000 x 100% = 8%

Nilai buku setelah perioda ke 7 adalah = 100.000 - 7(8.000)
= 100.000 - 56.000 = 44.000

2. Metode Persentase Tetap Terhadap Nilai Buku.

Pada metode ini besar penyusutan didasarkan atas persentase tetap terhadap harga buku, karena pada setiap periode mempunyai nilai buku yang berlainan maka jumlah penyusutannya pun berbeda-beda, seperti perhitungan berikut:

Nilai buku aktiva pada akhir periode:

Ke 1 = $Nb_1 = A - iA = A\ (1 - i)$

Ke 2 = $Nb_2 = A(1 - i) - iA(1 - i) = A\ (1 - i)(1 - i) = A\ (1 - i)^2$

Ke 3 = $Nb_3 = A\ (1 - i)^2 - iA(1 - i)^2 = A\ (1 - i)^2 (1 - i) = A\ (1 - i)^3$

Ke 4 = $Nb_4 = A\ (1 - i)^3 - iA(1 - i)^3 = A\ (1 - i)^3 (1 - i) = A\ (1 - i)^4$

.
.
.

Ke n = $Nb_n = A\ (1 - I)^n$

$Nb_n = A\ (1 - I)^n$

Nilai buku aktiva pada akhir perioda ke n adalah Nilai Sisa Aktiva itu sendiri sehingga bisa dinyatakan dengan :

$Nb_n = S = A\ (1 - i)^n$

$S/A = (1 - i)^n$

$(1 - i) = {}^{n}\ S/A$

$i = 1 - {}^{n}\ S/A$

Contoh:

Sebuah aktiva diperoleh dengan biaya Rp. 3.000.000,- Taksiran nilai sisanya adalah Rp. 250.000,- dan masa manfa'at aktiva tersebut adalah 5 tahun.

Hitung tingkat penyusutannya

Susunlah daftar penyusutan untuk 3 tahun pertama.

Penyelesaian:

a). Beban penyusutan:

a. i = 1 - n S/A = 1 - 5 250.000/3.000.000 = 1 - 0,6084 = 0,3916 = 39,16 %

b). Daftar penyusutan:

Th	Nilai Buku Awal Thn	Persentase Penyusutan	Beban Penyusutan	Akumulasi Penyusutan	Nilai Buku Akhir Thn ke
0					3.000.000
1	3.000.000.	39,16	1.174.800,00	1.174.800	1.825.200
2	1.825.200,-	39,16	714.748,32	1.889.548,32	1.110.451,68
3	1.110.451,68	39,16	454.852,88	2.324.401,20	675.598,80

3. Metode Satuan Jam Kerja

Pada metode ini menurunnya daya guna suatu aktiva dipengaruhi oleh lamanya aktiva dipakai yang diskalakan dalam satuan jam kerja aktiva.

Rumus yang digunakan adalah:

$$D = \frac{A - S}{n}$$

Contoh:

Sebuah aktiva diperoleh dengan biaya Rp. 3.000.000,- Taksiran nilai sisanya adalah Rp. 250.000,- dan masa manfaat aktiva tersebut adalah 5000 jam dalam 5 tahun dengan rincian sebagai berikut: tahun ke 1 = 1350 jam, tahun ke 2 = 1250 jam, tahun ke 3 = 1025 jam, tahun ke 4 = 800 jam dan tahun ke 5 = 575 jam. Tentukan:

a. Besar penyusutan setiap jamnya
b. Beban penyusutan pada tahun pertama
c. Daftar Penyusutan

Penyelesaian:

a. Besar penyusutan

$$D = \frac{A-S}{n} = \frac{3000000-250000}{5000} = 550$$

b. Beban penyusutan tahun pertama adalah 1350 x Rp.550 = Rp.742.500

c. Daftar penyusutan:

Th	Jam Kerja	Penyusutan Tiap Jam	Beban Penyusutan	Akumulasi Penyusutan	Nilai Buku akhir tahun
0		-	-		3.000.000
1	1350	550	742.500	742.500	2.257.500
2	1250	550	687.500	1.430.000	1.570.000
3	1025	550	563.750	1.993.750	1.006.250
4	800	550	440.000	2.433.750	566.250
5	575	550	316.250	2.750.000	250.000

4. Metode Satuan Hasil Produksi (SHP)

Pada metode ini besar penyusutan tergantung pada kinerja alat/aktiva (Jumlah barang yang dihasilkan alat tersebut).

Rumus yang digunakan adalah:

$$D = \frac{A-S}{n}$$

Contoh:

Sebuah aktiva diperoleh dengan biaya Rp. 3.000.000,- Taksiran nilai sisanya adalah Rp. 250.000,- dan telah menghasilkan 10000 satuan hasil produksi dalam 5 tahun dengan rincian sebagai berikut: tahun ke 1 menghasilkan 2500 shp, tahun ke 2 menghasilkan 2250 shp, tahun ke 3 menghasilkan 2000 shp, tahun ke 4 menghasilkan 1750 shp, tahun ke 5 menghasilkan 1500 shp. Tentukan:

a. Besar penyusutan setiap satuan hasil produksi
b. Beban penyusutan pada tahun pertama
c. Daftar Penyusutan.

Penyelesaian:

a. Besar Penyusutan =

$$D = \frac{A-S}{n} = \frac{3000000-250000}{10000} = 275$$

b. Beban Penyusutan tahun pertama adalah 2500 x Rp275= Rp.687.500

c. Daftar Penyusutan.

Th	SHP	Penyusutan Tiap SHP	Beban Penyusutan	Akumulasi Penyusutan	Nilai Buku akhir tahun
0	-	-	-	-	3.000.000
1	2500	275	687.500	687.500	2.312.500
2	2250	275	618.750	1.306.250	1.693.750
3	2000	275	550.000	1.856.250	1.143.750
4	1750	275	481.250	2.337.500	662.500
5	1500	275	412.500	2.750.000	250.000

5. Metode Jumlah Bilangan Tahun

Pada metode ini digunakan baris bilangan menurun dari pecahan-pecahan yang dijadikan acuan untuk menhitung beban penyusutan.

Baris bilangan pecahan tersebut adalah:

1. Sebagai penyebut adalah jumlah dari bilangan-bilangan yang merupakan periode
2. Sebagai pembilang dari pecahan tersebut adalah nomor periode

Misal Umur manfaat 6 tahun maka

Penyubut pecahan = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21

Pembilang pecahan = 6, 5, 4, 3, 2, 1

Baris bilangan = 6/21, 5/21, 4/21, 3/21, 2/21, 1/21

Contoh:

Sebuah aktiva diperoleh dengan biaya Rp. 3.000.000,- Taksiran nilai sisanya adalah Rp. 250.000,- dan masa manfaat aktiva tersebut adalah 5 tahun.

a. Hitung beban penyusutan pada tahun ke 1

b. Susunlah daftar penyusutan.

Penyelesaian:

a. Beban Penyusutan pada tahun pertama adalah =

$$\frac{5}{15} \times 2750000 = 916.666{,}67$$

b. Daftar Penyusutan

Th.	A – S	Tingkat penyusutan	Beban Penyusutan	Akumulasi Penyusutan	Nilai Buku akhir tahun
0	-	-	-	-	3.000.000
1	2.750.000	5/15	916.666,7	687.500	2.083.333
2	2.750.000	4/15	1.650.000	1.306.250	1.350.000
3	2.750.000	3/15	2.200.000	1.856.250	800.000
4	2.750.000	2/15	2.566.66,67	2.337.500	433.333,33
5	2.750.000	1/15	412.500	2.750.000	250.000

Kegiatan 6

Jika anda sudah menyelesaikan **kegiatan 6** cocokkan jawaban anda pada kunci jawaban yang berada dibelakang modul ini. Setelah anda cocokkan berilah nilai kegiatan anda didalam mengerjakan kegiatan 6

1. Sebuah aktiva berilai Rp. 12.500.000,- setelah digunakan 5 tahun diperkirakan bernilai Rp. 8.500.000,-. Dengan menggunakan metode garis lurus, hitung besar penyusutan aktiva tersebut. Buatlah tabel penyusutannya.
2. Setelah digunakan 8 tahun sebuah mesin produksi bernilai Rp. 250.000.000,- Dengan metode garis lurus , hitung nilai awal aktiva tersebut. Buatlah tabel penyusutannya.
3. Sebuah aktiva diperoleh dengan harga Rp. 50.000.000,- Taksiran nilai sisa setelah 10 tahun adalah Rp. 40.000.000,- . Dengan metode persentase tetap terhadap nilai buku,
   a. Hitung tingkat penyusutannya
   b. Hitung nilai buku tahun ke 5
   c. Susunlah daftar penyusutan untuk 3 tahun pertama.
4. Sebuah mesin produksi diperoleh dengan biaya Rp. 300.000.000,- Taksiran nilai sisa setelah digunakan 10 tahun adalah Rp. 250.000.000,-,- Jika masa manfa’at aktiva tersebut adalah 10.000 jam dalam 10 tahun dengan rincian sebagai berikut: tahun ke 1 = 1400 jam, tahun ke 2 = 1300 jam, tahun ke 3 = 1250 jam, tahun ke 4 = 1200 jam, tahun ke 5 = 1200 jam, tahun ke 6 = 950 jam, tahun ke 7 = 850 jam, tahun ke 8 = 700 jam, tahun ke 9 = 600 jam, dan tahun ke 10 = 500 jam. Tentukan:
   a. Besar penyusutan setiap jamnya

b. Beban penyusutan pada tahun keempat
c. Daftar Penyusutan untuk 4 tahun pertama

5. Sebuah mesin produksi baru dibeli seharga Rp. 400.000.000,- Setelah digunakan 8 tahun diperkirakan bernilai Rp. 350.000,- dan telah menghasilkan 16.000 satuan hasil produksi dalam 8 tahun terakhir. Perincian sebagai berikut: tahun ke 1 menghasilkan 4500 shp, tahun ke 2 menghasilkan 3250 shp, tahun ke 3 menghasilkan 2000 shp, tahun ke 4 menghasilkan 1750 shp, tahun ke 5 menghasilkan 1500 shp, tahun ke 6 menghasilkan 1500 shp, tahun ke 7 menghasilkan 1000 shp, dan tahun ke 8 menghasilkan 500 shp. Tentukan :
   a. Besar penyusutan setiap satuan hasil produksi
   b. Beban penyusutan pada tahun kelima
   c. Daftar Penyusutan untuk 4 tahun pertama.
6. Sebuah aktiva diperoleh dengan biaya Rp. 145.000.000,-. Taksiran nilai sisa setelah digunakan 8 tahun adalah Rp. 73.000.000,-
   a. Tulislah baris bilangan yang digunakan
   b. Hitung beban penyusutan pada tahun ke 4
   c. Susunlah daftar penyusutan

- Jika nilai perolehan < 75 , artinya anda belum paham tentang pengertian Penyusutan maka anda harus mengulang kembali membaca dan memahami konsep tentang pengertian Penyusutan.
- Jika nilai perolehan ≥ 75 maka anda boleh meneruskan pada kegiatan Tes Akhir Modul.